Revista Electrónica de Didáctica en Educación Superior

Publicación Semestral de Acceso Libre. ISSN: 1853 - 3159

Nro. 14 - Octubre 2017

Aprendizajes en un curso de Cálculo I: un estudio utilizando distintos instrumentos de evaluación

Carnelli, Gustavo; Lema, María Belén

Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González" (Argentina)

Fecha de recepción: 28/Jul/2017

Fecha de aceptación: 11/Sept/2017

Resumen: Durante el 2016, nos propusimos realizar un seguimiento de los aprendizajes de los estudiantes de un curso de Análisis Matemático I en el Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González.

Para realizar este seguimiento, diseñamos una propuesta integral de evaluación para tener amplia información de los aprendizajes de cada estudiante. Además de presentar las distintas componentes de la propuesta de evaluación, estudiamos el caso de una estudiante y, con el análisis de sus producciones, pretendemos dar cuenta del conocimiento de los aprendizajes de todo el grupo que puede lograrse mediante un mecanismo de evaluación que combina distintos instrumentos. Pensamos que una evaluación en la que se recoge información de los saberes de los alumnos con buena frecuencia y variedad de instrumentos, permite tener un mayor conocimiento de los aprendizajes de los mismos y, a la vez, los ayuda a autorregular sus aprendizajes y evaluar su marcha. Resulta central que el estudiante tenga información personalizada sobre su proceso antes de las instancias que son decisivas para la promoción, como los exámenes parciales. Así, no solo puede conocer las demandas del docente, sino crecer como estudiante autónomo, una exigencia del nivel superior. En el estudio de caso señalado, pudimos ver que la estudiante sostuvo buenos niveles de aprendizaje a lo largo de todo el curso, que pueden considerarse muy satisfactorios para los propósitos de la asignatura. Mostró buen manejo de las nociones y procedimientos principales del curso como así también, en el manejo de la operatoria numérica y algebraica y ha llegado a un buen nivel de argumentación. Disponemos,para cada estudiante, de buena información acerca de la marcha de su aprendizaje a lo largo de la asignatura. Con la información disponible, otro estudio factible de realizar puede ser el de las producciones del grupo completo en una determinada instancia de evaluación o también tomar algún asunto de los analizados en este trabajo (argumentaciones, operatoria, nociones principales, procedimientos principales) y estudiarlo para el grupo completo en todas las instancias de evaluación.

Palabras clave: Evaluación – Análisis Matemático – Aprendizaje – Matemática – Porfolio

Abstract:

A study of learning in an Introductory Calculus Course employing different evaluation tools

During 2016, we set out to follow the students' learning of a course in Mathematical Analysis in their first year at Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González. To carry out this monitoring, we designed a comprehensive assessment proposal to have extensive information on each student's learning. In addition to presenting the different components of the assessment proposal, we study the case of a student and, with the analysis of their productions, we intend to give an account of the knowledge of student´s learning that can be achieved through an evaluation mechanism that combines different instruments. We think that an evaluation in which information is collected from students' knowledge with a good frequency and variety of instruments, allows a greater knowledge of student learning and, at the same time, helps students to self-regulate their learning and evaluate the process. It is central that the student has personalized information about the progress of their learning before the instances that are decisive for the promotion, such as partial exams. In this way, not only the demands of the teacher are known, the growth of each one is achieved as an autonomous student, a requirement of the higher level. In the case of study, we could see that the student maintained good levels of learning throughout the course, which can be considered very satisfactory for the purposes of the subject. She showed a satisfactory management of the main notions and procedures of the course as well as, showed a good management of numerical and algebraic operations and has reached a good level of argumentation. We have, for each student, good information about the progress of their learning throughout the course. With the information available, it will be possible to carry out a study of the productions of the complete group in a certain instance of evaluation or also to take some subject of those analyzed in this work (arguments, operative, main notions, main procedures) and study it for all the group throughout all evaluation instances.

Keywords: Evaluation – Mathematical Analysis – Learning – Mathematics - Portfolio

1. Introducción

Análisis Matemático I es una de las asignaturas anuales de la programación del primer año del Profesorado de Matemática del Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González. Las temáticas recorridas acercan a los estudiantes al conocimiento y a las aplicaciones de las nociones de límite, derivada e integral que, además de su interés propio, tienen alcances en distintas ramas de la Matemática y en otras disciplinas. Estos temas forman parte de lo que se conoce como Cálculo diferencial e integral en funciones de variable real.

Durante el 2016, nos propusimos realizar un seguimiento de los aprendizajes de los estudiantes de un curso, del turno noche. Para ello, diseñamos una propuesta integral de evaluación combinando diversos instrumentos. Creemos que al utilizar y combinar diversos instrumentos es posible tener mejor información de los aprendizajes de cada estudiante.

La metodología de las clases fue variada, combinando exposiciones dialogadas, trabajo con guías de estudio dirigido, trabajos grupales, etc. Se favoreció la participación activa del estudiante en la clase en cada una de estas modalidades. Las clases no se dividieron en teóricas y prácticas, sino que ambas cuestiones se abordaron en forma combinada, con espacios para que los estudiantes pudieran consultar sus dudas. Cada uno de los temas fue acompañado de un material diseñado específicamente con el planteo y desarrollo de cuestiones teóricas, con ejercicios y problemas y prácticas de integración y revisión. De una clase a la otra, se les asignaba la lectura de parte de estos materiales para su trabajo posterior en la clase.Para facilitar la comunicación con los estudiantes se armó un grupo en Facebook de la cátedra, que se utilizó para circular los materiales, comunicar noticias y participar de foros de consultas de la materia.

La propuesta integral de evaluación estuvo compuesta de los siguientes elementos: una ficha censal, esto es, un cuestionario de datos socio-demográficos de cada estudiante; una evaluación diagnóstica escrita de tipo estructurada sobre elementos del campo numérico y analítico que son importantes para el trabajo en la asignatura; el registro de lo acontecido en parte de la primera clase en el trabajo con las generalidades de las funciones; una serie de trabajos breves de entrega periódica; dos evaluaciones parciales domiciliarias y otras dos presenciales (con sus instancias recuperatorias); una entrevista en profundidad individual con vistas a recuperar asuntos importantes de las producciones entregadas durante el año (esto solo se aplicó a algunos estudiantes)y el examen final (con una parte escrita y otra oral).

Pensamos que una evaluación en la que se recoge información de los saberes de los estudiantes con buena frecuencia y variedad de instrumentos, permite tener un mejor conocimiento de los aprendizajes de los estudiantes y, a la vez, ayuda a éstos a autorregular sus aprendizajes y evaluar su marcha.

En este trabajo, estudiamos el caso de una estudiante que fue evaluada en todas las instancias mencionadas y, con el análisis de sus producciones, pretendemos dar cuenta de lo señalado en cuanto al conocimiento de los aprendizajes que puede lograrse mediante un mecanismo de evaluación que combina distintos instrumentos.

2. La evaluación de los aprendizajes

La evaluación de los aprendizajes es indispensable para el monitoreo y perfeccionamiento de los procesos de enseñanza y deaprendizaje.En el ámbito universitario es un asunto particularmente delicado y de difícil resolución práctica, por sus vinculaciones con la certificación para la práctica profesional(Camilloni, Bababe y Feeney, 2009). Además, esta tarea se ha complejizado por el incremento en el volumen de conocimientos a transmitir, la heterogeneidad de los grupos de aprendizaje con diversidad en sus trayectorias previas, las exigencias del mundo del trabajo y la demanda de indicadores de la calidad de la enseñanza.Las autoras consideran también que las innovaciones curriculares y las estrategias de enseñanza, generan nuevos desafíos en lo que hace a la evaluación.

Bodín (1997)señala que la evaluación suele ser entendida en una de dos formas: para medir, juzgar y acreditar o, para aportar en la comprensión de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Por su parte, para Bulwik (2004), la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes tiene esencialmente dos funciones: la social, relativa a la acreditación que el estudiante necesita para avanzar en el sistema, y la pedagógica, vinculada a la regulación del proceso de aprendizaje y también del proceso de enseñanza, con vistas a realizar intervenciones de mejora y orientación. La autora señala que el privilegio del carácter social por sobre el pedagógico lleva a equiparar evaluación con examen y calificación, reduciendo la actividad de evaluación a la nota obtenida en un examen. En cuanto a la función pedagógica, la evaluación debe aportar evidencias de los avances y retrocesos, logros y dificultades en el proceso de aprendizaje (Bulwik, 2004).Si el docente considera que al enseñar es importante incluir la capacidad de producción personal del estudiante, los instrumentos que utilizan para evaluar deben ser coherentes con esta postura (Camilloni, 1998).

La evaluación debe propiciar que el estudiante desarrolle capacidad de comprometerse con la auto-regulación de su proceso de aprendizaje. Bulwik (2004) dice que, ante lo dinámico que es este proceso, dado por los estilos de aprendizaje de cada sujeto, las características de los grupos de aula, el tipo de contenidos que se enseñan, etc., resulta necesario utilizar distinto tipo de instrumentos para captar la diversidad de los aprendizajes.

Por otra parte, Camilloni, Bababe y Feeney (2009) destacan un particular desafío a atender en la programación de la enseñanza: evitar que la evaluación traccione a la enseñanza a través de sus formatos,de modo de condicionar la jerarquización de los contenidos, las formas de tratamiento y los tiempos asignados y, así, ejercer influencia sobre las tareas de aprendizaje que se ven orientadas por las demandas y exigencias de esos formatos de evaluación.

2.1. Instrumentos de evaluación

La recolección de información acerca de los conocimientos de los estudiantes puede realizarse utilizando variado tipo de instrumentos. Según distintos autores, se proponen diversas clasificaciones. Tomamos la de Varela, Guasco, Gerompini y Martello (1996), que consideran, para las evaluaciones de carácter escrito, a las pruebas objetivas (o estructuradas) y a las pruebas subjetivas (o de composición); entre estas últimas, distinguen a las de respuesta restringida y a las de ensayo.

En Carnelli, Catalano y Formica (en prensa), se señala que:

> "*en las pruebas objetivas la opinión del corrector no tiene incidencia, mientras que en las subjetivas ésta es mayor; en las pruebas objetivas, los ítems admiten respuestas únicas mientras que en las otras, las respuestas admiten distintos grados de calidad; la correcta interpretación de las consignas es más decisiva en las objetivas, mientras que la mejor expresión lo es en las subjetivas; por último, las objetivas tienen un diseño complejo y una corrección simple, situación que parcialmente se invierte en las subjetivas. Por sobre todo, en términos de lo que se pretende del estudiante, las objetivas privilegian la selección e identificación y las subjetivas, la producción*".

También según Varela y otros (1996), los ítems de respuesta restringida son aquellos en los que la elaboración personal es mediana o baja, con consignas focalizadas, más bien cerradas. Por su parte, los ítems de ensayo tienen consignas más abiertas y la elaboración personal es alta.

Hay otro tipo de instrumentos, que son los de observación: la lista de cotejo y la rúbrica. Y, por último, está el porfolio, un tipo de instrumento en el que el estudiante reúne trabajos durante un lapso, realiza una selección de ellos e identifica sus progresos en el aprendizaje. Según Danielson y Abrutyn (1999), su uso favorece los procesos metacognitivos de reflexión y auto-evaluación del estudiante.

3. Diseño de la propuesta de evaluación

Como dijimos, diseñamos una propuesta integral de evaluación combinando diversos instrumentos de modo de analizar los aprendizajes de los estudiantes a partir de su aplicación.La propuesta, que atendió tanto al proceso como a los resultados, tuvo los siguientes componentes:un diagnóstico, evaluaciones parciales presenciales y domiciliarias; entregas de tareas domiciliarias; entrevistas sobre las correcciones realizadas en las tareas; examen final.
En el Anexo, presentamos una lista de todos los asuntos evaluados en las tareas domiciliarias y las evaluaciones parciales (la presencia de cada asunto en cada instancia se expresa con un grisado en el casillero correspondiente)

Para regularizar la asignatura, los estudiantes debieron cumplir los siguientes requisitos, acorde con las regulaciones institucionales:asistencia a un mínimo del 60 % de las clases; aprobación de los cuatro exámenes parciales (o sus recuperatorios), el primero y el tercero de carácter domiciliario y el segundo y el cuarto, presenciales; aceptación de,por lo menos, la mitad de las entregas periódicas.

Luego de obtener la regularización, los estudiantes deben rendir examen final.

El diagnóstico, los exámenes parciales y las entregas de tareas se aplicaron a todo el curso; el examen final, solamente a los estudiantes que regularizaron la asignatura.

3.1. El diagnóstico

En la primera clase aplicamos un diagnóstico de algunos de los conocimientos previos de los estudiantes. En la escuela media, varias de las nociones y de los procedimientos vinculados al Pre-Cálculo aparecen en forma básica: estudio de las funciones elementales, resolución de ecuaciones, etc. Estos asuntos funcionan casi como requisitos para el aprendizaje de las nociones específicas del Cálculo.

Por lo expuesto, propusimos realizar dicho diagnóstico con un énfasis mayor del que habitualmente se realiza al inicio de un curso. Incluimos en el mismo tres elementos:

a) diversos asuntos del campo de lo numérico y de lo algebraico que son trabajados en el curso de ingreso que los estudiantes realizan en el mes de febrero. Para atenderlos, diseñamos una prueba escrita de tipo estructurado en el que evaluamos de estos temas, lo que consideramos de mayor importancia para la asignatura. Entendemos que los ítems del tipo selección múltiple son adecuados para los fines indicados ya que nos permiten barrer varios asuntos cuyos procedimientos y desarrollos son cortos y simples.

La prueba constó de 10 ítems y fue aplicada en la última hora de la primera clase. Se explicó a los estudiantes que los fines de la misma eran sólo diagnósticos y que por ello se les solicitaba especialmente no responder ningún ítem utilizando el azar.

Tomamos registro fotográfico de todas las producciones de los estudiantes.

A modo de ejemplo, un ítem de la prueba fue el siguiente:

El conjunto solución de $x^2 = \frac{9}{4}$ *es S=….*

∅ (conjunto vacío) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ $\left\{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$.

Debido a que una ecuación cuadrática puede tener dos soluciones reales distintas, una sola solución (una solución doble) o ninguna solución, expresamos estas posibilidades en las alternativas de respuesta: ∅, $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ (el único real positivo que es solución), $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ (el único real negativo que es solución) y la correcta,$\left\{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right\}$.

b) lo relativo a las funciones en general preferimos abordarlo directamente desde el trabajo con actividades durante la primera clase. Durante la misma, uno de los docentes, registró lo sucedido utilizando una rúbrica.

En la clase se planteó a los estudiantes que resolvieran en grupos unas actividades que apuntaban a la modelización con funciones a partir de situaciones dadas mediante enunciados verbales. Luego, se discutieron los resultados y se debatieron asuntos claves para la materia: reconocimiento de variables, concepto de función, dominio, codominio e imagen, entre otras cosas. Se discutió acerca de los modelos adoptadosy que no están explicitados en la consigna.

Finalmente, se resolvió una situación descontextualizada en la que se dio una función mediante su representación gráfica. La resolución de este ejercicio fue dirigida desde el pizarrón.Se hizo hincapié en acordar ciertos términos específicos del campo de las funciones usados con frecuencia en el curso (conjunto de ceros, positividad, negatividad, etc.)

c) para poder conocer más profundamente al grupo, en la parte final de la primera clase, les solicitamos completar una ficha censal, en la que tomamos algunos datos sociodemográficos y de experiencias educativas previas de los estudiantes, con la intención de cruzar estas variables con los resultados de la prueba estructurada.

Se preguntaron ciertos datos personales: nombre y apellido, localidad de residencia, si trabaja (cuántas horas y localidad del trabajo); sobre la experiencia como estudiante: año de egreso de la secundaria, si tiene experiencia en nivel superior (qué carrera, en qué institución, cuántos años de cursada y qué materias de Matemática cursó), si tiene experiencia en el profesorado (año de ingreso y en caso de no ser ingresante, qué materias tiene aprobadas). También preguntamos sobre el uso de internet (si tiene acceso diario, si utiliza correo electrónico y Facebook).

3.2. Las evaluaciones parciales

Administramos dos evaluaciones parciales presenciales (la segunda y la cuarta) y dos evaluaciones parciales domiciliarias (la primera y la tercera), con una instancia recuperatoria para cada una de ellas en la parte final del curso y otra global en la primera fecha de exámenes finales del turno de febrero de 2017 para aquellos estudiantes que aún tuvieran pendiente de aprobación uno o más parciales.

Dispusimos también, una instancia adicional de recuperación del primer parcial en el primer tramo del segundo cuatrimestre.

De todas las producciones de los estudiantes en estas instancias, tomamos registro fotográfico. Mostramos, a modo de ejemplo, algunos enunciados:

Ítem 4 del primer parcial (domiciliario):
Considerando el capítulo de Función Cuadrática del libro "Matemática II" de Editorial Tinta Fresca, realizar un análisis de lo propuesto en términos de los siguientes asuntos: tratamiento de la simetría, resultados teóricos incluidos y su justificación."
(se adjuntó una copia del capítulo)

Ítem 1 del tercer parcial (domiciliario):
Dar una función polinómica de grado impar que no sea una función potencial y que tenga término independiente 0. Para ella, analizar:
a) paridad e imparidad
b) inyectividad y sobreyectividad.
Justificar las respuestas"

Ítem2 del cuarto parcial (presencial):
"Decidir si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero o falso. Justificar.
a) Si una función es inyectiva entonces es creciente
b) Si una función cumple que en x = a tiene un extremo local entonces la derivada de f en x = a vale 0
c) Existen funciones exponenciales (es decir, de la forma f: R $\rightarrow$ R / $f(x) = a^x$, con a > 0 y a ≠ 1) que son inversibles
d) Si una función es par entonces no es inyectiva
e) Existen funciones que no son derivables en un punto pero sí tienen recta tangente en ese punto"

3.3. Las entregas periódicas de tareas domiciliarias

Como parte del acompañamiento en el aprendizaje a lo largo de la cursada, se propuso que los estudiantes realicen entregas periódicas de una actividad, de modo de disponer de correcciones por parte de los docentes en instancias previas a los exámenes parciales y, además, de tener elementos que los ayuden a autorregular sus aprendizajes. Opcionalmente, los trabajos podían volver a entregarse para una segunda corrección luego de ser aceptados. De esta forma,los estudiantes tuvieron devoluciones en forma periódica. Además, al inicio de cada clase, a partir de las correcciones realizadas, discutimos los errores, dificultades y particularidades observadas que resultaran destacadas de plantear con el grupo completo.

Las actividades de estos trabajos apuntaron, principalmente, a dar argumentos acerca de la veracidad o falsedad de un enunciado o a desarrollar ciertos procedimientos importantes. Tomamos registro fotográfico de todas las producciones entregadas.
Al terminar la cursada y para saber la opinión de los estudiantes a modo de poder mejorar las prácticas el próximo año, se realizó una encuesta de evaluación del curso haciendo hincapié en los instrumentos de evaluación utilizados.

A continuación, a modo de ejemplo,presentamos elenunciado del cuarto trabajo práctico domiciliario:

Decidir si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justificar
Dada una función f:
1. *Si existe $lim_{x\to 2} f(x)$ entonces existe f (2)*
2. *Si existe $lim_{x\to 3} f(x)$ entonces f es continua en x = 3*
3. *Si fes continua en x = 1 entonces existe f(1)*
4. *Si f tiene una discontinuidad evitable en x = 4 entonces no existe f (4)*

3.4. Otras instancias de evaluación

Examen final: tres estudiantes se presentaron a rendir examen final en las primeras fechas. El examen constó de una parte escrita breve, con ejercitación similar a las evaluaciones presenciales y domiciliarias y una parte oral, en la que los estudiantes debían responder unas preguntas elegidas de un cuestionario que se les dio a los estudiantes al término del curso. Algunas de ellas fueron las siguientes:

- *¿Cuándo una función es continua en un punto? ¿Y en un intervalo cerrado? Explicar y ejemplificar*
- *¿Qué tipos de discontinuidades hay? Definirlas y ejemplificar.*
- *¿Qué dice la definición de derivada en un punto? Explicarla.*

- ¿Qué relación hay entre puntos de inflexión y derivada segunda? Explicar y ejemplificar (ver si punto de inflexión implica derivada segunda 0 y su recíproco)
- ¿Qué dice el Teorema de Bolzano? Enunciarlo en términos simbólicos y coloquiales. Ejemplificar. Justificar la necesidad de sus hipótesis.
- ¿Cuándo una función es inyectiva? ¿Y suryectiva? ¿Y biyectiva? ¿E inversible? ¿Y par? ¿E impar? Explicar y ejemplificar.
- ¿Qué dice el criterio de la derivada segunda para decidir sobre un extremo? Explicar y ejemplificar.

La parte escrita se registró en fotos y la parte oral en audios.

Con la intención de obtener más información sobre los aprendizajes, al finalizar la cursada, se entrevistaron a dos estudiantes para analizar en profundidad aspectos destacados delas tareas domiciliarias, lo que nos dio cuenta del avance de los estudiantes y cómo los elementos de evaluación aportaron al proceso de aprendizaje. Esta actividad toma algunos elementos de los porfolios.

4. Estudio de un caso

Para poner a prueba la propuesta integral de evaluación, analizamos en forma completa las producciones de una estudiante. Elegimos a Azul, una estudiante de 19 años, egresada del nivel secundario el año inmediato anterior. Realizó el curso de ingreso en febrero, aprobándolo con 4, y completó todas las instancias de evaluación del curso. Además, Azul no realizaba actividad laboral.Estos datos fueron extraídos de la ficha censal. En las clases, Azul fue una estudiante que demostró interés y que cumplía con las tareas demandadas, sin tener una actuación descollante.En cuanto a las instancias de evaluación, entregó 10 de las 11 tareas domiciliarias (faltó la segunda), rindió los dos parciales presenciales (los aprobó en la primera instancia), entregó los dos parciales domiciliarios (también los aprobó en la primera instancia), rindió el examen final en diciembre, respondió la encuesta de opinión y también participó de la entrevista individual,realizadas al cierre de la cursada.

Todas las producciones de Azul fueron corregidas y calificadas con B (bien), R (regular), M (mal) o – (si no resolvió o si no apareció en la resolución), de acuerdo con la grilla presentada en el Anexo (ahí se expresan los resultados).

A continuación, exponemos los resultados de sus evaluaciones en términos cuantitativos y luego, analizamos las producciones de Azul desde distintas dimensiones que son importantes en la asignatura. Para referir a las distintas instancias de evaluación, usamos los siguientes códigos: PD para la prueba diagnóstica, TD1 a TD11 para los trabajos domiciliarios, P1 a P4 para los parciales, EF para el examen final y ENT para la entrevista.

Calificaciones

En PD obtuvo 6 puntos, demostrando un manejo suficiente de los asuntos planteados referidos al campo de lo numérico y de lo algebraico que son trabajados en el curso de ingreso. Las tareas domiciliarias fueron resueltas en forma completa y con un buen grado de desarrollo. Entregó todas excepto la segunda.En las evaluaciones parciales, obtuvo las siguientes calificaciones: 6, 7, 8 y 5 puntos en los P1, P2, P3 y P4 respectivamente. En el examen final, obtuvo 9 puntos

Sobre las argumentaciones

En TD1, Azul debió decidir acerca de la veracidad del enunciado "*Si x ∈Im (g) entonces x ≤ 4*". Azul respondió: "*Falso, ya que la Im (g)* = $[-2, \infty+)$ *entonces x≥-2*". Si bien lo que indicó es correcto, su respuesta no se centró en negar que x ≤ 4. En ENT, se trabajó acerca de esto (además de que se le observó el error menor en la escritura incorrecta del intervalo). Para ello, se le preguntó, destacándose las características de un enunciado condicional: "Si un número está en la imagen (este dato no se contradice, es el dato), ¿será menor que 4?" Azul respondió que no es así ya que, por ejemplo, 5 es mayor que 4 y está en la imagen.

En P1, argumentó de un modo incorrecto que las funciones polinómicas no tienen los extremos en los puntos medios de dos raíces consecutivas. Mostró el gráfico de una función que, efectivamente, cumplía lo pretendido, pero no lo pensó a partir de la fórmula, lo cual hace incorrecto el argumento ya que no hay sustento para que la función presentada sea polinómica.En la misma evaluación, justificó por qué no cualquier función con dominio $\mathbb{R}$ es inversible y, para ello, apeló a una función ya analizada por ella, lo que es un buen recurso. Argumentó de un modo aceptable por qué las funciones potenciales tienen en *x = 0* un extremo o un punto de inflexión, a partir de la paridad o imparidad del exponente. En cuanto al análisis de la simetría de la parábola que se le pidió realizar a partir de un texto de secundaria, Azul analizó la variación del eje de simetría de acuerdo con los distintos valores de los parámetros que aparecen en la forma canónica de la función cuadrática. El análisis que realizó puede considerarse satisfactorio, más aun en el contexto de que esta actividad no fue bien comprendida por la mayoría de los estudiantes del curso.

En TD3 explicó con precisión por qué no sucede que en todo cero del denominador de una función racional hay una asíntota vertical.

En P4, Azul dio un ejemplo incorrecto de una función sin derivada en un punto, pero con recta tangente, ya que exhibió a la función módulo que no tiene ni derivada ni recta tangente en *x = 0*. En otro ítem, dio una muy buena justificación de que una función par no es inyectiva. Dijo: "*Si es par, cumple que $f(x) = f(-x)$ y se podría pensar para que sea inyectiva que $x = x_1$ y $x = x_2$ tendrían que tener imágenes distintas pero esto no pasa porque si es par, esas imágenes son iguales, contradice la inyectividad*". Si bien omite decir que lo que afirma para las funciones pares vale para todo $x \in Dom\, f$,muestra una dependencia de la nomenclatura usada en la clase, ($x, -x$para la definición de paridad y x_1, x_2 para la de inyectividad) y la redacción no es buena, el argumento elaborado sí es muy bueno. Además, amplió la respuesta con un ejemploilustrativo, de una función dada por un gráfico, también explicado. En otros ítems de la evaluación, incurrió en algunas imprecisiones menores: para justificar que no toda función inyectiva es creciente, exhibió el gráfico de una función lineal decreciente sin dar explicación y para justificar si una función tiene un extremo en un punto entonces la derivada vale 0, dijo que también puede darse el caso que la derivada no exista en ese punto, pero no lo acompañó de un ejemplo concreto.

En TD7 diobuenos argumentos acerca de la no existencia de asíntotas verticales en las funciones cuadráticas.

En TD10 debió explicar por qué $\mathbb{R}$es un conjunto completo y $\mathbb{Q}$ no. Azul propuso una extensa explicación que se sustenta en nociones asociadas al tema (cotas, axioma de completitud y densidad) pero que no fundamentan lo pedido.

Como cierre de este asunto, podemos decir que Azul ha mostrado un buen nivel de argumentación que se sostuvo a lo largo de todo el curso, sin vaivenes significativos.
En EF, se le preguntó ¿Qué significa que una función es inyectiva y sobreyectiva?, a lo que Azul diode manera satisfactoria las definiciones. Luego, se le solicitó una ejemplificación de cada una. Como ejemplo de función inyectiva dio "*una función lineal cualquiera, como podría ser f(x)=2x+3*", por lo que se preguntó si efectivamente podía ser cualquier función lineal. Primero, Azul afirmó con seguridad que sí, aunque luego reconoció que las funciones constantes son lineales y no son inyectivas y lo explicó de manera correcta. Luego, dio un ejemplo correcto de función sobreyectiva.

También en la instancia oral de EF, se le preguntó sobre la relación entre las nociones de continuidad y de derivabilidad. Dijo "*que sea continua no indica que sea derivable pero si es derivable es continua*" y dio como ejemplo: "*la función módulo es continua en el cero pero no es derivable en ese punto porque la pendiente de la recta tangente por izquierda y por derecha tienden a distintos números, a 1 y -1*"
Para finalizar la instancia oral de EF, explicócon corrección el criterio de la derivada segunda para decidir extremos y la enunciación e interpretación geométrica del teorema de Lagrange.

Sobre el manejo de la operatoria numérica y algebraica

En PD, Azul resolvió correctamente distinto tipo de ecuaciones cuadráticas: incompletas con términos independiente y lineal 0, con término independiente 0, expresadas como producto igual a 0 y mostró conocer la relación entre el discriminante de una ecuación cuadrática y el número de soluciones reales de ella. También resolvió bien una ecuación que contiene un parámetro. Reconoció una expresión equivalente al cuadrado de un binomio resta, en una lista de expresiones algebraicas, aunque no resolvió el ítem en que debía reconocer una expresión equivalente a una expresión algebraica dada.En la ecuación exponencial $3^x = 2$, dio como respuesta $log\left(\frac{2}{3}\right)$, siendo $\frac{\log 2}{\log 3}$ el valor correcto. La respuesta dada estaría mostrando falta de comprensión de las propiedades del logaritmo.

En P1, resolvió correctamente ecuaciones cuadráticas y racionales y también los cálculos con números reales. En P2, P3 y P4 y en todos los TD1 a TD11 (excepto el TD2 que no entregó), resolvió sin errores la operatoria numérica y algebraica, excepto una situación dada en P2 que describimos aparte.

En síntesis, Azul ha mostrado a lo largo de toda la cursada un buen manejo de la operatoria numérica y algebraica.

Sobre el manejo de las nociones principales del curso

En PD, cuando debía elegir un número racional con desarrollo decimal no finito, Azul respondió $-\frac{3}{4}$ siendo $-\frac{8}{7}$ el valor correcto ya que tanto $-\frac{3}{4}$como $\frac{25}{8}$ tienen un desarrollo decimal finito (-0,75 y 3,125 respectivamente) y la otra opción era un número irracional ($\sqrt{7}$).

En P1 justificó por qué una función cuadrática dada no es inversible, siendo precisa en cuanto al no cumplimiento de la inyectividad ni de la suryectividad.

En P2 decidió que la función dada no tiene asíntotas oblicuas ya que tiene asíntota horizontal. Sin embargo, esta asíntota se da sólo en +∞, restando analizar la posibilidad de asíntota oblicua en -∞.Mostró conocer con precisión las características de las funciones exponenciales y de las funciones logarítmicas según el valor de su base y también las de la función seno.

En P3, dio un argumento incorrecto sobre por qué un límite del tipo $\frac{A \to 0}{B \to \infty}$ no es indeterminado ya que dice que 0 sobre cualquier valor es 0, lo cual no es válido ya que infinito no es un valor a los que puede referir con la regla aludida. Vale observar que lo mencionado tampoco es válido si el denominador tiende a 0. Además, mostróuna cierta confusión entre un límite y un cálculo numérico ya que escribe *"tender a infinito es tender a un valor o número".*En la ENT dijo cómo se podía justificar: *"Multiplico A por* $\frac{1}{B}$*. 1 sobre algo que tiende a infinito tiende a cero y cero por cero da cero"*.

En P4 mostró un conocimiento insuficiente de la función integral ya que la definió con una fórmula única cuando la función inicial estaba definida por partes.

En TD9 debió analizar la veracidad del enunciado "Si la derivada de una función se anula en un punto entonces la función tiene un extremo en ese punto". La respuesta de Azul fue imprecisa ya que escribió que "*puede haber casos en que f'(a) = 0 pero en x = a no haya extremo ya que f(x) sin derivar siga manteniendo su crecimiento o decrecimiento*". En ENT se le preguntó en qué función podía pasar lo que escribió. No le resultó sencillo y luego de dar algunos ejemplos erróneos, finalmente logró proponer $f(x) = x^3$explicando que la derivada se anula (la recta tangente es horizontal) en *x = 0*, pero la función no tiene un extremo allí y es creciente en todo su dominio.

En P4, en el ítem "*si una función cumple que en un punto tiene un extremo local entonces la derivada vale 0 en ese punto*" (recíproco del anterior), Azul argumentó la falsedad diciendo que cuando hay un extremo, la derivada vale 0 o no existe. Si bien esta respuesta es correcta, de acuerdo con lo trabajado en el curso, se esperaba que incluyera algún ejemplo para el caso en que la derivada no existe.

En TD3, consideró que para que haya una discontinuidad esencial en un punto, debe ocurrir que el límite no exista en ese punto (correcto) y que la función no esté definida en ese punto (incorrecto).En ENT se profundizó en este punto y Azul reconoció que no se necesitaba pedir que las imágenes no tenían que coincidir con el límite.

En ENT, también se profundizó acerca de por qué si hay una asíntota vertical en *x = a*, la función no es continua en ese punto. Se hizo hincapié en que para que haya asíntota vertical, el límite tiene que dar infinito lo que quiere decir que no va a cumplir con la definición de continuidad ya que el límite no va a existir. En el TD3, Azul no había sido suficientemente precisa en esto.

En TD4 usó incorrectamente la idea de existencia del límite ya que incluyó el caso en que el límite da infinito.

En EF, ante el enunciado: "*Si hay una asíntota vertical la función no está definida en ese punto*", en la parte escrita,respondió que es verdadero. En la instancia oral posterior, se le consultó por la función cuya expresión es $f(x) = \frac{1}{x}$y definida en x = 0 como *f(0)* = *0*. Es allí donde Azul reconoció que las condiciones para que haya asíntota vertical nada dicen sobre si tiene que estar o no definida en el punto, sino que se tiene que cumplir que el límite en el puntodé infinito.

Sobre el manejo de los procedimientos principales del curso

Todos los procedimientos evaluados en las distintas instancias fueron resueltos por Azul en forma satisfactoria (búsqueda de la fórmula de la función inversa, búsqueda de extremos y de puntos de inflexión, cálculo de primitivas de funciones y de áreas, etc.)

Sobre errores frecuentes en asignaturas de Cálculo

Un asunto importante, vinculado a la operatoria algebraica, es la resolución de ecuaciones que involucran funciones que no son inyectivas. Este tipo de funciones resulta compleja al momento de pensar en sus procesos inversos. Por este motivo, se trabaja en el curso en distintos momentos, con casos como la resolución de $x^2 = a, a \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ y de $sen\, x = a, a \in [-1,1]$.En P2, para resolver $sen(2x) = {}^{1}/_{2}$, Azul utilizóla función arcoseno y perdió un grupo de soluciones de la ecuación. Este error fue trabajado nuevamente en la clase, tras la devolución del parcial ya que se observó en varios estudiantes. En ENT se le preguntó por este error y por los valores que puede tomar *2x*. Azul contestócorrectamente y recordó que en este momento no tenía suficientemente claro el tema, que es de tratamiento específico en otra asignatura.

Encuesta de opinión:

Azul dijo que las explicaciones teórico – prácticas de los materiales le fueron útiles y que la dificultad de la práctica y los parciales fueron adecuados. Declaró haber realizado más del 75% de las tareas y quela dificultad de la materia le pareció alta. Reconoció que fue muy importante asistir a la clase para aprender la materia y que le dedicó mucho tiempo. En cuanto a la forma de evaluar (las tareas domiciliarias, los parciales domiciliarios y presenciales), le pareció muy práctica "*porque permitía tener presente o al día los temas que se iban viendo*". Precisó que los parciales domiciliarios y las entregas semanales, la ayudaron para poder pensar ejemplos que le hacían entender la teoría y eso le sirvió para pensar ejemplos en momentos de presión, como los parciales presenciales. El grupo de Facebook lo utilizó solo para descargar el material y las consignas de las tareas; para este fin, le pareció un medio adecuado.

Síntesis

Como puede verse en el cuadro que se muestra en el Anexo, los distintos asuntos tratados en el curso fueron evaluados en varias instancias, excepto algunos a los que se les asignó menor importancia. En ese cuadro se han incluido las calificaciones asignadas a las producciones de Azul. A partir de esos resultados vemos quela estudiante ha realizado un trabajo parejo y bueno a lo largo del año. Puede considerarse que la propuesta didáctica de la asignatura favoreció esto, porque en la encuesta de cierre, expresó que la forma de evaluar le permitió seguir la materia al día. Esto también es consistente con una característica de la propuesta que atendió la gradualidad en el crecimiento de la complejidad de los contenidos.

5. Consideraciones finales

Entendemos que el dispositivo de evaluación propuesto favorece la posibilidad de que los estudiantes puedan incluirse en la propuesta didáctica de la asignatura, aún aquellos que no han tenido una formación previa y, por lo tanto, encuentran muchas dificultades en la cursada de los espacios disciplinares del primer año. Al tener devoluciones periódicas por parte del profesor, el estudiante puede evaluar la marcha de sus aprendizajes en términos de lo que se le demanda saber.

Resulta central que el estudiante tenga información personalizada acerca de la marcha de su aprendizaje antes de las instancias que son decisivas para la promoción, como los exámenes parciales. Así, no solo puede prever las demandas del docente, sino crecer como estudiante autónomo, una exigencia del nivel superior.

Como hemos mostrado con el caso de Azul, disponemos de cada estudiante de una buena información acerca de la marcha de su aprendizaje a lo largo de la asignatura.
Una prueba del buen funcionamiento del dispositivo propuesto fue que los estudiantes reclamaron sobre la baja en la frecuencia de las tareas domiciliarias durante el segundo cuatrimestre, que se debió a algunas complicaciones en el desarrollo del cronograma de la asignatura (debe tenerse en cuenta que el curso tiene las 6 horas de 40 minutos concentrada en un encuentro semanal). Estas tareas domiciliarias permitieron discutir con el grupo completo errores y dificultades comunes, además de brindarles una corrección individual.

Con la información disponible, otro estudio factible de realizar puede ser el de las producciones del grupo completo en una determinada instancia de evaluación. También resulta posible tomar algún asunto de los analizados en este trabajo (argumentaciones, operatoria, nociones principales, procedimientos principales) y estudiarlo para el grupo completo a lo largo de todas las instancias de evaluación. Otra posible arista de interés es realizar un estudio como el de Azul, pero con un estudiante que no haya iniciado el curso con conocimientos previos satisfactorios.

Por último, vemos que resulta de suma importancia la inclusión de instancias de evaluación oral. En esta propuesta, las hemos utilizado para retomar errores de los trabajos previos (en la entrevista) y también para que organicen una respuesta elaborada a preguntas centrales de lo tratado en el curso (examen final).

6. Referencias bibliográficas

Bodín, A. (1997).“L’ evaluation du savoir mathematique. Questions et methodes”. RDM N° 17/1. La Penseé Sauvage Editions. Francia.

Bulwik, M. (2004) *La evaluación de los aprendizajes y el portafolios*. Educación Química 15 (2), pp 104-107.

Camilloni, A. Basabe, L. y Feeney, S. (2009) *Los formatos de evaluación de los aprendizajes y sus relaciones con las modalidades de estudio de los alumnos universitarios. Perspectivas de investigación y marcos de análisis*. Ponencia presentada en el Primer Congreso Internacional de Pedagogía Universitaria. Secretaría de Asuntos Académicos de la UBA. Septiembre de 2009

Camilloni, A. (1998) *La calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran*. En Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E. y Palou de Maté, M., "La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo".

Carnelli, G., Catalano, L. y Formica, A. (en prensa) *Diseño y estudio de resultados de una evaluación estructurada en un curso de Matemática con estudiantes que ingresan a la Universidad*. Revista Yupana (aprobado para su publicación en mayo de 2017)
Danielson y Abrutyn (1999). *Una introducción al uso de portafolios en el aula*. Fondo de Cultura Económica.

Varela, L., Guasco, M.J., Gerompini, A. y Martello, S. (1996). "Matemática. Metodología de la enseñanza". PROCIENCIA. Conicet.

Anexo:

Tabla de asuntos evaluados de cada instancia de evaluación

Referencias: T1 a T11: tareas domiciliarias; P1 y P3: parciales presenciales; D1 y D3: parciales domiciliarios

Nota: cuando decimos “noción de …” queremos decir que se evalúa el conocimiento y/o el uso de la noción.

Los casilleros grisados indican la presencia del asunto en la evaluación correspondiente. Dentro de esos casilleros, se indican con B (bien), R (regular), M (mal) ó – (no apareció en la resolución) las calificaciones de Azul.

Asunto	T1	T2	T3	T4	T5	D1	T6	T7	T8	P2	T9	D3	T10	T11	P4
Decisión acerca de la veracidad de un enunciado universal	B		B	B		B		B	B	B	B	B			
Justificar la veracidad de un enunciado universal			R	B		B			B	B		R			
Justificar la falsedad de un enunciado universal	R		R	B		R		B	B	R	R	R			
Decisión acerca de la veracidad de un enunciado existencial	B		B	B				B		B		B			R
Justificar la veracidad de un enunciado existencial			R							B		R			R
Justificar la falsedad de un enunciado existencial	B			R				B				R			R
Ejemplificar											R	R			M
Contraejemplificar											R	R			
Proponer una función que cumpla ciertas condiciones		-					B								
Noción de composición de funciones						B									
Noción de función creciente									B						
Noción de función par												B			B
Noción de función impar												B			
Noción de función inyectiva												R		B	B
Noción de función suryectiva												B		B	
Noción de función inversible						R				B					
Características de la función cuadrática						R		B							

Asunto	T1	T2	T3	T4	T5	D1	T6	T7	T8	P2	T9	D3	T10	T11	P4
Características de la función módulo												B			
Características de las funciones potenciales															
Características de las funciones polinómicas										B					
Características de las funciones exponenciales									B	B					
Características de las funciones logarítmicas									B						
Características de las funciones trigonométricas										R					B
Noción de asíntota vertical		-	B					B		B					
Noción de asíntota horizontal		-	B				B		B	B					
Nociones de continuidad y discontinuidad			R	B			B	B							
Nociones de extremos locales y absolutos						B				R	R				
Noción de punto de inflexión							B								
Calcular derivadas					B	B				B					
Estudio de una función															
Aplicación del teorema de Lagrange															B
Noción de función derivable							B	B							
Noción intuitiva de límite		-	B	R											
Definición formal de límite		-	B	R											B
Noción de derivada					B						B				
Cálculo de la integral indefinida de una función						B									M
Noción de función integral															M
Cálculo del área de un recinto delimitado por gráficos de funciones conocidas															B
Noción de completitud de los reales													R		
Noción de conjunto interior												B			
Noción de conjunto exterior												B			
Noción de conjunto frontera												R			
Noción de conjunto clausura												M			
Noción de conjunto derivado												M			
Noción de conjunto aislado												B			