



Elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico en la propuesta y análisis de actividades de una evaluación de Matemática

Formica, Alberto; Torres, Ana María; Milicic, Lucía;

Martínez, Vanina; Carballo, Ana Julia

Universidad Nacional de Luján (Argentina)



Fecha de recepción: 22/Mar/2018

Fecha de aceptación: 04/Abr/2018

Resumen: En este artículo, centramos el interés en la asignatura Matemática General que cursan los estudiantes de las Tecnicaturas Universitarias en Industrias Lácteas e Inspección de Alimentos de la Universidad Nacional de Luján (UNLu). Nos planteamos indagar sobre el nivel de desarrollo que los estudiantes de esta materia tienen en torno a cuestiones vinculadas con la comunicación de los saberes en Matemática y, a su vez, con los errores que circundan a este aspecto del saber. Atendiendo a este propósito, nos hemos planteado diseñar e implementar una evaluación diagnóstica que involucre dos temas prioritarios de la asignatura, funciones lineales y cuadráticas, que se vinculan con todos los otros contenidos de la disciplina. En este trabajo, nos proponemos compartir algunos de los criterios seguidos en el diseño y organización del instrumento de evaluación, así como el análisis de los resultados de algunas actividades incluidas en él.

Palabras clave: Actividad Matemática – Evaluación Diagnóstica – Comunicación de Saberes – Errores en Matemática – Educación Matemática

Abstract: In this article we focus our interest in a General Mathematics course

for *Lacteal Industries and Food Inspection Technician Career* at National University of Luján (Argentina). We set out to investigate how developed it is the communication of Mathematics' knowledge among the students and the errors surrounding this aspect. So we have designed and implemented a diagnostic evaluation which includes linear and quadratic functions, two main issues of the subject that are linked to all the other contents of the discipline. In this paper we share the criteria we used to design and organize the evaluation instrument applied.

Keywords: Mathematical activity – Diagnostic assessment – Communication of Knowledge – Errors in Mathematics – Mathematics Education

1.- Antecedentes de la experiencia – Introducción

En el ámbito de la docencia, la programación de contenidos de un curso y la definición de cómo se desarrollará la enseñanza de los mismos es una instancia clave. Frente a esto, surge una gran cantidad de cuestiones que se deben conciliar, entre las que se pueden considerar: el perfil de los estudiantes, el perfil del equipo docente, el perfil de la carrera, su organización curricular y, sobre todo, el tipo de trabajo que quiere realizarse en el aula con el contenido programado.

En el marco de la asignatura Matemática General que cursan los estudiantes de las Tecnicaturas en Industrias Lácteas e Inspección de Alimentos de la Universidad Nacional de Luján (UNLu) nos hemos planteado conocer el desarrollo de los estudiantes en relación con las cuestiones vinculadas a la comunicación de los saberes en Matemática y a los errores que circundan a este aspecto del saber. Como parte importante de este proceso de programación (o re-programación) de la asignatura nos hemos propuesto el diseño e implementación de una evaluación diagnóstica, que permita conocer el grado de avance y de dominio de los temas que consideramos prioritarios

para la asignatura y, sobre todo, el dominio de las mencionadas cuestiones en torno a la comunicación y errores. Para esto, centramos la atención, principalmente, en dos temas específicos que son transversales para el desarrollo de la asignatura: Funciones Lineales y Funciones Cuadráticas.

En este trabajo, nos proponemos compartir el análisis de los resultados de algunas actividades incluidas en el diagnóstico, a partir de la observación de las respuestas de los alumnos y, también, las consideraciones que hemos tenido en cuenta para el diseño del mismo.

2.- A modo de Marco Teórico

Para la organización del instrumento, así como para la organización de los contenidos y propuesta de trabajo con ellos, nos planteamos dos dimensiones centrales del conocimiento en general, no sólo matemático, que son las que tienen que ver con el *saber* (en nuestro caso, *saber matemático*) y, fundamentalmente, con el *saber hacer* que se pone en juego en cada acto que desarrolla un individuo frente a una determinada actividad.

En el contexto de la Matemática que se desarrolla en el ámbito de la escolaridad (entendiendo así a cualquiera de los niveles de escolaridad, ya sea primario, secundario o superior), estas dos dimensiones del conocimiento son las que interactúan cuando un estudiante (o también un investigador) se enfrenta a una *actividad matemática*. Carnelli, G., Formica, A. y Rodríguez, M. (2005) consideran como actividad matemática al “tipo de actividad que se pone en juego frente a la solución de ciertas situaciones problemáticas de las que emergen y evolucionan progresivamente los objetos matemáticos”.

En el ámbito de la Educación Matemática, un enfoque del estudio de la *actividad matemática* puede verse desarrollado en lo que se conoce como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Sin intención de presentar en detalle esta teoría, nos centramos en algunos aspectos que nos han orientado en el diseño del diagnóstico que analizamos en este trabajo. Al respecto, Fonseca, C.; Bosch, M. y Gascón, J. (2010) mencionan que dicha teoría propone un modelo epistemológico general de la Matemática que permite describir el saber matemático en término de lo que Chevallard (1999) define como *organizaciones matemáticas*. Éstas surgen en respuesta a determinadas cuestiones y, aunque no está dicho explícitamente qué es una organización matemática, se la presenta estructurada en cuatro componentes centrales: las *tareas* (tipos de tareas), las *técnicas*, las *tecnologías* y las *teorías*.

Estos componentes aparecen vinculados a la *actividad matemática* junto con la actividad didáctica en tanto actividades sociales. La caracterización de *Antropológica* en el nombre de la teoría, justamente se refiere a esta mirada de la disciplina en el contexto de una determinada institución, como medio social. Al respecto del título de esta teoría, Otero M. R. et al. (2013) señalan: “el adjetivo *antropológica* expresa que el ámbito de la didáctica no se restringe a la institución escolar, sino que se amplía a todas las instituciones sociales donde ocurren procesos de difusión de obras, sean estas matemáticas o no”.

Para describir la interacción de cada uno de estos elementos y definir lo que significa o aporta cada uno, Fonseca, Bosch y Gascón (2010) señalan que en la dinámica que se establece entre ellos al llevar a cabo una actividad matemática aparecen, por un lado, la práctica matemática, formada por las **tareas** y las **técnicas** matemáticas, que expresan lo que es el *saber hacer*. Por otro lado, se encuentra el *saber* propiamente dicho, que se manifiesta a partir de la

validación, justificación e interpretación de dicha práctica. De acuerdo a la estructura que propone Chevallard (1999) este saber o *logos* se sostiene en los otros dos componentes de la organización matemática: la **tecnología** y la **teoría**. La *tecnología* se refiere directamente a la práctica y aparece como el discurso que justifica racionalmente la técnica, es decir, asegura **porqué** es posible aplicar una *técnica* a un *tipo de tarea*. El último de los componentes, la *teoría*, puede entenderse como el más alto nivel de justificación de la práctica, y constituye el conjunto de saberes y conocimientos en el que se sostienen y validan todos los discursos empleados por la *tecnología*.

2.1.- Las tareas y las técnicas

Chevallard (1999) presenta la noción de tarea como un *hacer* y, desde este punto de vista, se entiende que este concepto posee o se asocia a un objeto preciso: la puesta en práctica. Describe a las tareas como entidades reconocidas a partir de un verbo como puede ser, en el ámbito matemático, *calcular*, *demostrar*, *construir*, etc. Cada tarea, a su vez, tiene asociado un *tipo de tareas* que adquiere mayor especificidad según el contexto en el que se la considere, como por ejemplo: *calcular una función en un punto* es un *tipo de tarea* que responde a la tarea *calcular*. El mismo autor, expresa que la *técnica* supone una determinada *manera de realizar* una tarea. En el marco de la TAD, cuando la técnica es relativa a un cierto *tipo de tareas*, se dice que forman un bloque *práctico-técnico* que se identifica directamente con el *saber hacer*. Algunas cuestiones importantes acerca de las técnicas son, entre otras, que:

- Si la técnica fracasa se dice, en general, que no se sabe realizar el tipo de tarea asociada a ella. La realización de una determinada tarea está estrechamente ligada a una o varias técnicas de resolución, abordaje, interpretación, que

debieran poderse poner en juego eficientemente para que la actividad pueda ser resuelta. De este modo, no disponer de dicha técnica o ponerla en juego de manera deficiente, destaca una imposibilidad para realizar la tarea, que es lo que, justamente, define que no se sepa realizarla.

- La técnica no supone siempre un procedimiento algorítmico. Efectivamente, el uso de una técnica o de un conjunto de ellas, no siempre se realiza en un mismo orden ni de la misma manera frente a una misma tarea, dado que el modo de resolverla depende de las particularidades que ésta tenga.

- En ocasiones se da que en una determinada institución puede prevalecer, o bien una única técnica, o bien un cierto número limitado de técnicas permitidas, asociadas a un tipo de tareas. De este modo, muchas veces se excluyen algunas técnicas que pudieran ser efectivas para la resolución de ciertas tareas, y la decisión de limitar el tipo o número de técnicas obedece a condiciones propias de dicha institución y no están referidas únicamente al individuo que las pone en juego (entendiendo como *institución* no sólo *la escuela* sino también un curso con su docente, o al docente y su conjunto de prácticas y saberes o a una carrera específica, es decir, al contexto en el que las mencionadas decisiones estén tomadas).

A modo de ejemplo, y con el fin de contextualizar alguna de las cuestiones que acabamos de listar, podemos situarnos, en una clase de Matemática, frente a la actividad “Decidir si es verdadera o falsa la afirmación: *la recta definida por la función de expresión $f(x) = 2x + 2$ contiene al punto $A = (1;2)$* ”. En el marco de esta actividad, puede pensarse que la tarea es *analizar la validez de una afirmación*, y ésta tiene asociadas particularidades propias de la Lógica, a la que se le suman las de la Geometría (Geometría Analítica) o las del Álgebra. La tarea podría, a su vez, definírsela con un mayor grado de especificidad, considerándola como *analizar la validez de una afirmación sobre funciones lineales*. En

este caso, el contexto *funciones lineales* impone un marco más preciso para la definición de las técnicas a emplear. Las que podrían involucrarse en la realización de la actividad (tarea) son variadas en cuanto a la acción que implican y al modo de definir su alcance y pertinencia. Algunas podrían ser:

- ♦ *Representar gráficamente a la recta y considerar la forma de ubicar un punto sobre ella a partir del uso de la pendiente y la ordenada al origen.*
- ♦ *Evaluar la función en la abscisa del punto y verificar la correspondencia entre su ordenada y el resultado de dicha evaluación.*
- ♦ *Hallar la expresión de una función lineal de pendiente 2 (como la dada) cuyo gráfico contenga al punto en cuestión y verificar si coincide o no con la expresión original.*

La prevalencia de una de ellas sobre otras, como dijimos, dependerá de las características del grupo o institución en la que la actividad sea planteada.

Las técnicas indicadas son propias de la Matemática, pero hay que asociarles el modo de definir la respuesta esperada, que está vinculada a cuestiones *lógicas* que podrían involucrar, a su vez, herramientas propias de esta disciplina.

3.- Objetivos

El diagnóstico que mencionamos anteriormente se diseñó teniendo en cuenta el objetivo de conocer en qué medida los estudiantes que comienzan a cursar Matemática General en la UNLu pueden desarrollar *tareas* en las que se involucran, entre otras cosas, cuestiones relativas a la comunicación de los saberes. Del mismo modo, conocer con qué *técnicas* resuelven ciertas actividades y cuál es el nivel de desarrollo o dominio de dichas técnicas.

Atendiendo a los objetivos planteados, en este trabajo presentamos tres actividades del diagnóstico con la intención de:

- a) presentar las técnicas y tareas que se pretenden poner en práctica, explicando por qué esas actividades responden a los propósitos mencionados,
- b) analizar resultados de esas actividades, atendiendo a los errores cometidos y a lo que se esperaba sobre las técnicas aplicadas por los estudiantes en dichas resoluciones.

4.- La TAD como marco para el diseño de una evaluación diagnóstica

En función de lo que nos hemos propuesto, diseñamos el diagnóstico atendiendo, centralmente, a dos de los elementos que definen la Teoría Antropológica de lo Didáctico: las *tareas* y las *técnicas*, en el sentido anteriormente descrito.

Además, en el análisis que presentamos de algunas de las actividades del instrumento, recurrimos a la observación de determinados errores que, si aparecieran sistematizados o recurrentes, debieran formar parte de las consideraciones atendidas desde la planificación del curso.

Las actividades están planteadas en torno a los temas Función Lineal y Función Cuadrática, a partir de la formulación de consignas que fueron pensadas con la intención de presentar enunciados simples con el fin de no generar complicaciones en la comprensión de las mismas. Entendemos que observar el tipo de respuesta y el nivel de justificación, argumentación y/o explicación que dan en cada ejercicio y el procedimiento o la forma de

resolverlas nos permitiría conocer el nivel de conocimientos del tema que tiene el alumnado al comenzar la cursada.

El nivel de tareas que comprometimos en el diagnóstico puede considerarse de moderada o baja complejidad en tanto no requieren acciones que contemplen un desarrollo exigente de procedimientos matemáticos, mientras que las técnicas que debieran ponerse en juego para su resolución se las supone aprendidas y utilizadas a lo largo de la escolaridad previa. En vista de esta descripción, nos permitimos asumir como cierto, que todos los estudiantes dispondrían, con un desarrollo en mayor o menor grado, de un método para poder resolver cada una de las actividades propuestas.

5.- Resultados y análisis de algunas actividades

Entendemos que para la tarea docente es de gran utilidad contar con la mirada que otros docentes o investigadores dan a las actividades que son de uso corriente en sus clases y, sobre todo, al análisis que estos otros hacen de las mismas. Contar con este análisis permite definir acciones de formulación y programación de actividades que se ajusten en mejor medida, no sólo a las necesidades propias, sino a las que la comunidad educativa de su área sostiene como más significativas. Considerando esta idea, presentamos en este apartado los enunciados de las actividades seleccionadas y un breve análisis de las mismas, en función de los elementos indicados: tareas y técnicas (TAD) y errores matemáticos, aunque sin encauzar éstos en las clasificaciones usuales que presenta la teoría específica, por no considerarlos como eje central del presente trabajo.

Actividad 1

¿El punto (3; -11) pertenece a la recta de ecuación $y = -2x - 5$? Justificar.

En esta actividad se observan dos tipos de tarea: *reconocer si un punto pertenece o no a una recta*, y *validar* la afirmación realizada.

Para la tarea específica de reconocer si el punto pertenece a la recta dada, se esperaba que los estudiantes utilizaran la técnica más usual para este tipo de tareas, consistente en reemplazar en la ecuación el valor de la abscisa del punto y observar si se obtiene o no el valor de la ordenada del punto en cuestión.

Se observó que muchos alumnos optaron por otras técnicas para abordar el ejercicio, lo cual hizo que la tarea se volviera más compleja, mientras que el aspecto relativo a la argumentación fue poco o nada considerado por los estudiantes en sus resoluciones.

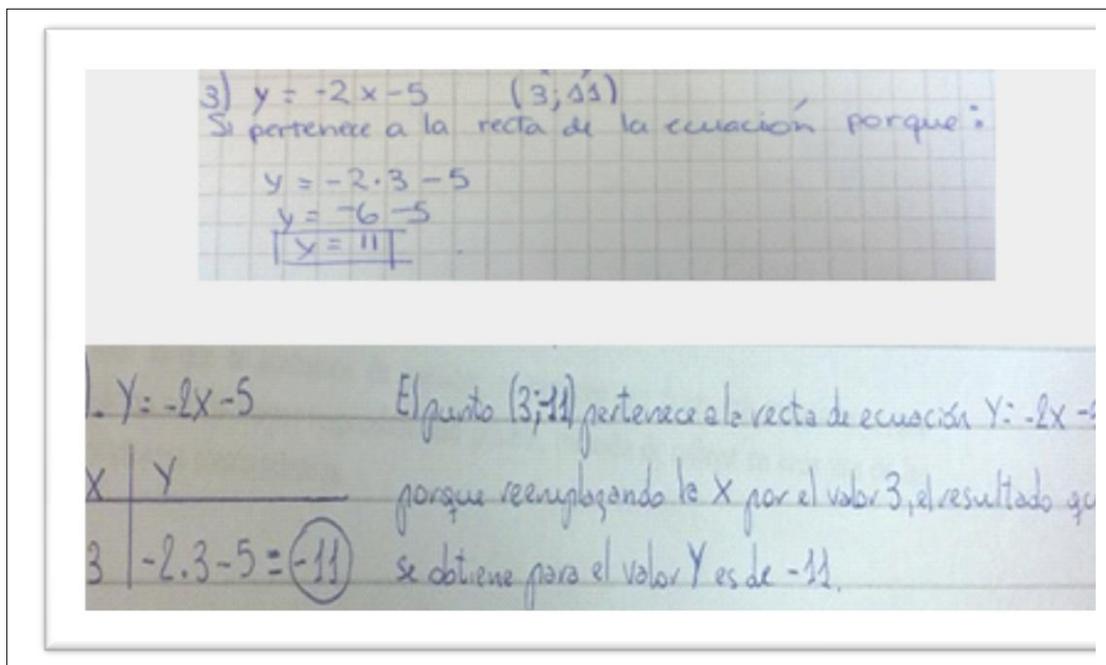
Se advirtió que, por ejemplo, graficaban la recta y luego observaban si contenía al punto indicado, sin tener en cuenta la insuficiencia de este método gráfico si no se apela a algún soporte teórico que lo justifique. Un tal soporte podría ser, por ejemplo, considerar la pendiente como un indicador del “tipo de crecimiento por unidad” de la recta, sumada al conocimiento de la ordenada al origen como indicador implícito de un punto del gráfico desde el cual se podría “avanzar” hasta la abscisa del punto dado y verificar la correspondencia o no de la ordenada dada con la alcanzada en este avance. Este es un elemento de la *tecnología* que puede considerarse conocido por estudiantes de este nivel educativo, y permite justificar una *técnica*, aunque ésta no sea descripta en detalle.

La segunda tarea involucrada en la actividad, apuntaba a revelar las habilidades vinculadas con la expresión y argumentación.

A través de esta tarea se pretendía evidenciar qué entienden los estudiantes por *justificar* y en función de eso, encontrar herramientas para mejorar la enunciación de futuras actividades, ya que podría ser que lo que se pretende, por parte de los docentes, no resultara ser lo que los estudiantes entienden que hay que hacer.

Se esperaba el uso de dos estrategias posibles para la validación: a partir del uso de la técnica antes mencionada o mediante una explicación redactada.

Algunos estudiantes entendieron que justificar es sólo aplicar una técnica y otros que, además, debían formular la respuesta *mediante palabras* o bien, *contar cómo lo hicieron*.

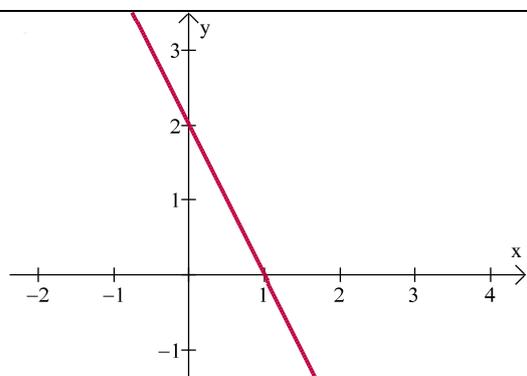


En la imagen anterior (Imagen 1) se muestran dos extractos que reflejan las dos formas de validación mencionadas.

Entre las argumentaciones que se vieron en las producciones de los estudiantes, se encontraron algunas que no son válidas matemáticamente porque expresan una inferencia que carece de sentido, como por ejemplo *el punto pertenece a la recta porque $y = -2x - 5$ es una función lineal.*

Actividad 2

Escribir al menos un argumento que permita justificar por qué la gráfica dada no corresponde a la función definida por $f(x) = 5x + 4$.



En esta situación, la tarea es *argumentar la **no** correspondencia entre la expresión algebraica de una función lineal y su gráfica.* Con esta actividad nos propusimos indagar sobre la forma de comunicar los saberes que tienen los estudiantes. Esta actividad necesita apelar a un discurso más preciso respaldado en aspectos más teóricos que prácticos. Desde el diseño del diagnóstico, nos propusimos utilizar el uso del verbo *escribir* en el enunciado, con la intención de que los estudiantes entendieran que debían justificar con palabras y no sólo con procedimientos.

Pensamos en habilitar las siguientes técnicas en relación a la tarea pedida:

- *Identificar en la expresión algebraica la pendiente y/o la ordenada al origen y apelar a las características gráficas de estos conceptos.* Es decir, observar que la ordenada al origen no coincide con la intersección del gráfico con el eje y , o bien, que la pendiente positiva no se corresponde con una función decreciente.
- *Graficar la recta de ecuación $y = 5x + 4$ y comparar esta gráfica con la dada para observar coincidencias.* En este caso se apela, también, al uso de otras técnicas, como, *construir una tabla de valores y ubicar puntos en el plano.*

En los resultados obtenidos se observó el uso de las dos técnicas esperadas pero, en general, se recurrió a una diferente para la justificación. Para eso, apelaron a *construir puntos (x,y) desde una tabla de valores de la función y observar su correspondencia o no con la gráfica.* Esta técnica resulta un tanto más algorítmica y al realizarla queda explicitado el razonamiento utilizado.

A partir de las resoluciones de los estudiantes, se observa que han recurrido a un procedimiento transversal al tema *funciones*, y no apelaron a aspectos específicos del tema *función lineal* como podrían ser relaciones entre la pendiente y el crecimiento o el análisis de la ordenada al origen. Esto podría constituirse en un indicador del nivel de conocimientos que los estudiantes que llegan a la universidad tienen del tema *Función Lineal*.

Actividad 3

Graficar una parábola que sea cóncava hacia abajo, posea eje de simetría $x = -2$ y contenga al punto $(1, -6)$.

La tarea consiste en *graficar una parábola a partir de elementos que la caracterizan.* Las técnicas se centran en *ubicar un punto en el plano y reconocer el rol del eje de simetría en*

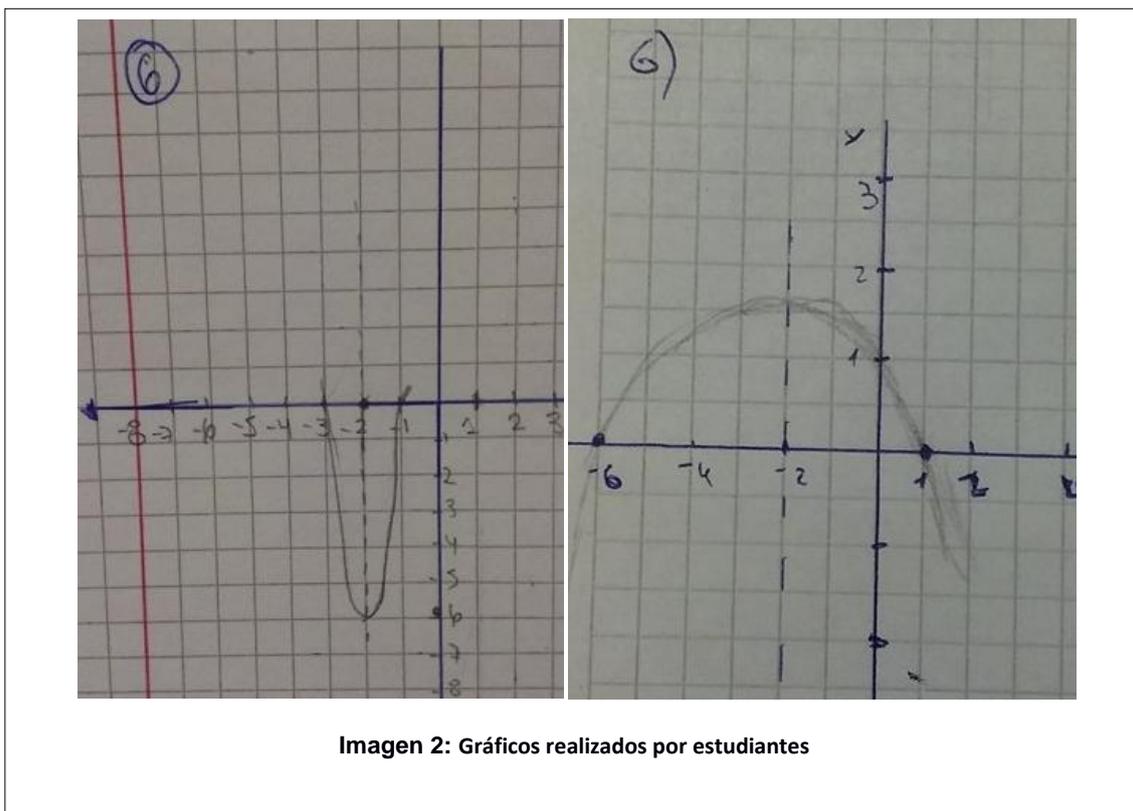
la definición de la parábola. Para eso, podrían graficar dicho eje y ubicar el punto simétrico al dado, o bien, usar este dato para ubicar un *posible* vértice, y esbozar la gráfica.

El ejercicio pone en juego la discusión sobre algunos puntos estratégicos para lograr el gráfico (en este caso, vértice, punto del gráfico y su simétrico). La argumentación no se pide de manera explícita pero subyace al tener que indagar necesariamente sobre los conceptos, o sea, sobre cuestiones teóricas relacionadas a la parábola como un elemento geométrico. La actividad resultaría sencilla si se conocieran los elementos característicos de la parábola, de lo contrario resultaría más complejo su abordaje. También se podría agregar que la actividad no sigue la linealidad *fórmula – gráfico*, mediante el cálculo de los elementos de la parábola o la confección de una tabla de valores, como suelen ser las actividades más usuales.

El análisis de las respuestas permite observar que algunos alumnos presentan dificultades para identificar a la parábola y reconocer sus características. El aspecto principal, que no es reconocido en esta actividad, es la **simetría**. Algunos de los errores se observaron cuando los alumnos:

- Consideran al punto dado como el vértice o no reconocen la necesidad de ubicar al vértice sobre el eje de simetría.
- No reconocen la simetría de la gráfica a partir de su eje, dado que, en general, sólo han graficado una parábola cóncava hacia abajo que contiene al punto dado.
- No reconocen el dato de la concavidad, lo cual se observa dado que en el total de las producciones, son varios los alumnos que trazan una parábola cóncava hacia arriba.

- Grafican correctamente el eje de simetría pero no reconocen su funcionalidad. La parábola que presentan no es simétrica respecto del eje dibujado. También se han observado algunos gráficos de parábolas que, si bien son simétricas, no contemplan la simultaneidad de esta condición con los demás datos. Como ejemplo se tomaron los siguientes extractos (Imagen 2):



6.- Conclusiones

El análisis de los datos del diagnóstico nos permitió obtener conocimiento de los saberes y de los errores más recurrentes de este grupo de estudiantes, en lo que se refiere a algunos temas vinculados al trabajo con funciones lineales y cuadráticas. Este conocimiento nos permitirá precisar acciones desde la enseñanza, con la intención de fortalecer los aprendizajes en las perspectivas antes mencionadas.

Atendiendo a esa finalidad, se pretende constituir un conjunto de actividades de ejercitación, suplementarias a las existentes en el actual material didáctico, tendientes a mejorar sus prácticas y resoluciones de actividades de la asignatura.

Los resultados de este estudio, aportan un punto de partida valioso, para contribuir a una mejora del rendimiento de los estudiantes intentando colaborar, de esta manera, en la disminución de las tasas de deserción y desgranamiento de la matrícula, en el primer año de la carrera.

Por otro lado, consideramos que, el conocimiento obtenido con este trabajo podría otorgar un tratamiento de los contenidos a enseñar que capitalice los saberes previos y las habilidades que, mayoritariamente, se observen en los aspirantes a cursar carreras que se dictan en la universidad.

Referencias

Carnelli, G., Formica, A., y Rodríguez, M. (2005) *Una evaluación de habilidades matemáticas*. Revista Suma N° 48, pp. 33-43.

Fonseca, C., Bosch, M., Gascón, J. (2010) *El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios*. Educación Matemática, vol. 22, n° 2, pp. 5-34. Distrito Federal, México. Santillana.

Chevallard, Y. (1999) *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, n° 2, pp. 221-266.

Otero, M. R.; Fanaro, M.; Corica, A. R., Llanos V., Sureda, P. y Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el Aula de Matemática*. Buenos Aires. Editorial Dunken.